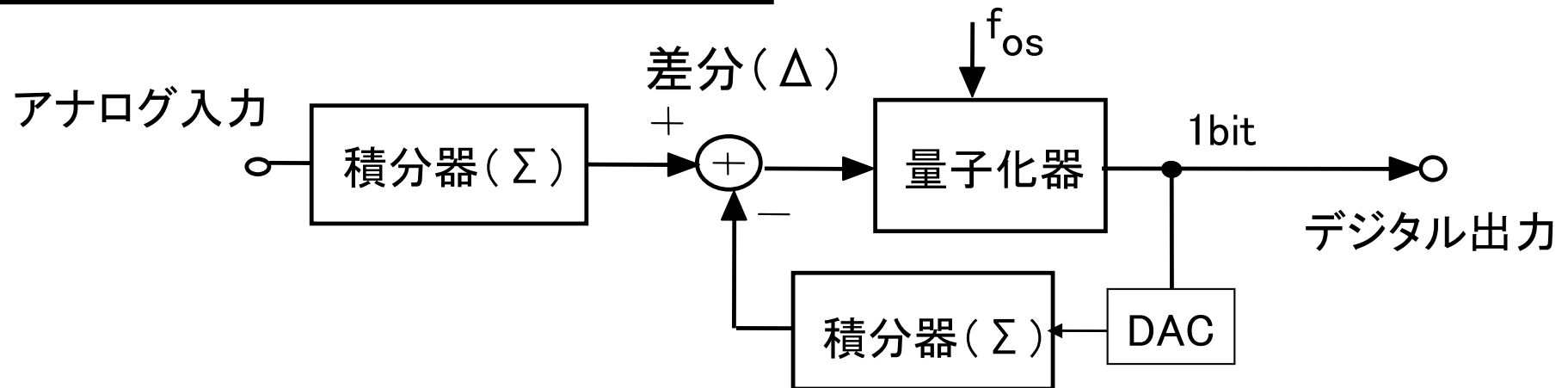


# $\Delta \Sigma$ ADCの動作原理

## $\Delta \Sigma$ ADCの原理的シグナルチャート



原理は  $\Sigma \Delta$  (シグマデルタ)

アナログ入力を積分( $\Sigma$ )した信号と、  
デジタル出力DA変換して積分した信号の差分( $\Delta$ )をもとめ  
中点電圧と比較して、量子化する

実際の構成は  $\Delta \Sigma$  (デルタシグマ)

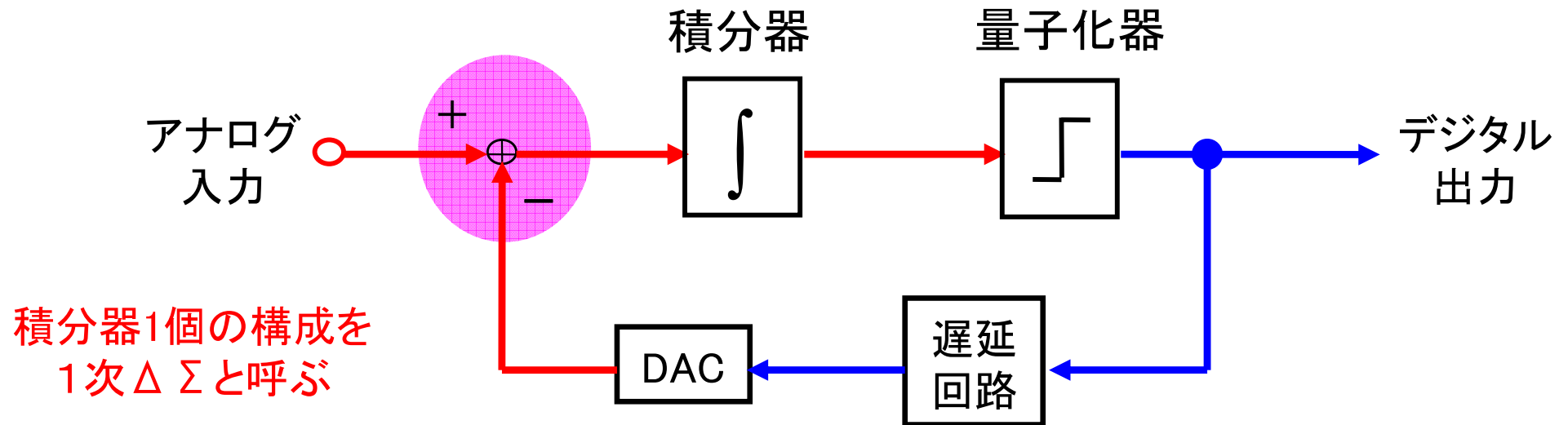
# $\Delta \Sigma$ ADCの回路構成

## $\Delta \Sigma$ ADCの基本回路構成

— アナログ信号  
— デジタル信号

実際の構成は $\Delta \Sigma$

アナログ入力とデジタル出力DA変換して積分した信号との差分( $\Delta$ )をもとめ  
これを積分( $\Sigma$ )した信号を中点電圧と比較して量子化する



### 必要な回路要素

- ・ 積分器
- ・ 量子化器(1bit)
- ・ DAC(1bit)

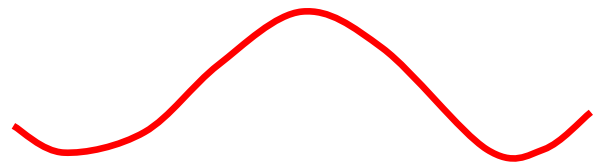
→ 回路規模が  
小さいことが特徴

# 1ビット量子化

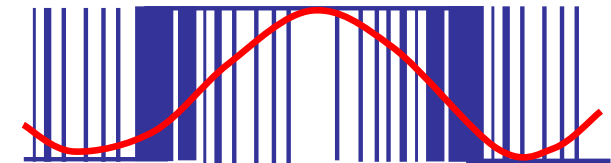
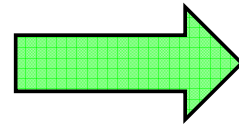
1ビット(コンパレータ1個) → 出力はHigh Lowの2値

入力信号値:大 → Highの割合が多くなる。

入力信号値:小 → lowの割合が多くなる。



アナログ入力信号



デジタル信号出力

電圧振幅



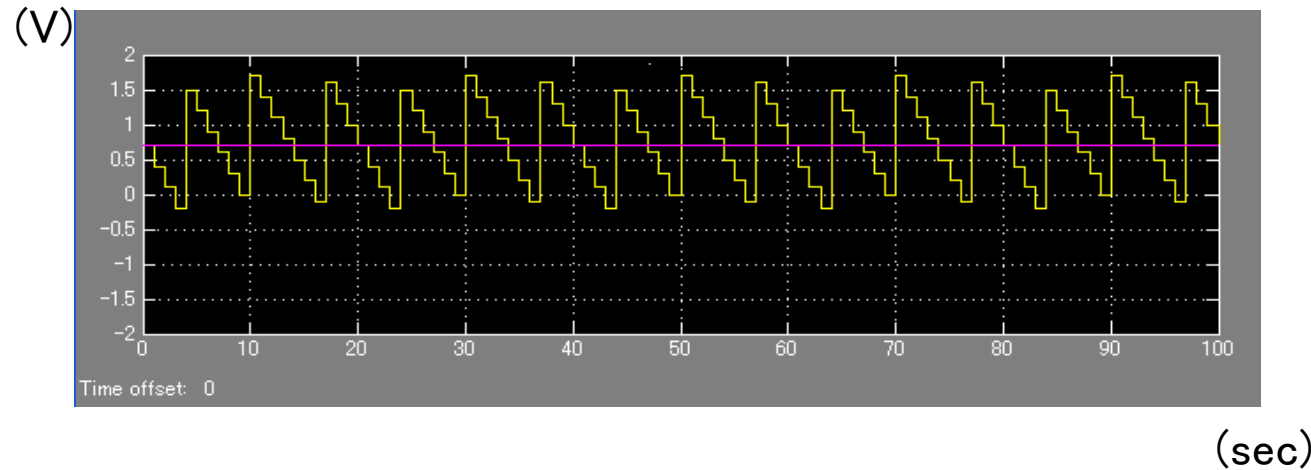
パルス密度

原信号の再現はパルス密度信号の低周波成分を取り出すのみ

# $\Delta \Sigma$ ADCの動作波形

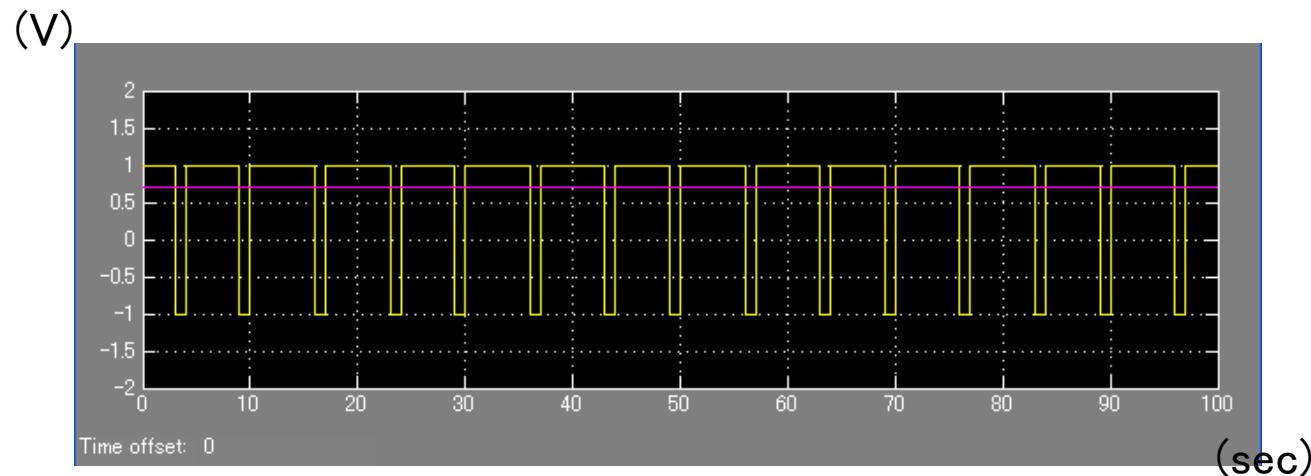
## 入力信号: DC (振幅0.7V)

①積分器出力(量子化器入力)      入力信号



①積分器出力

②量子化器出力



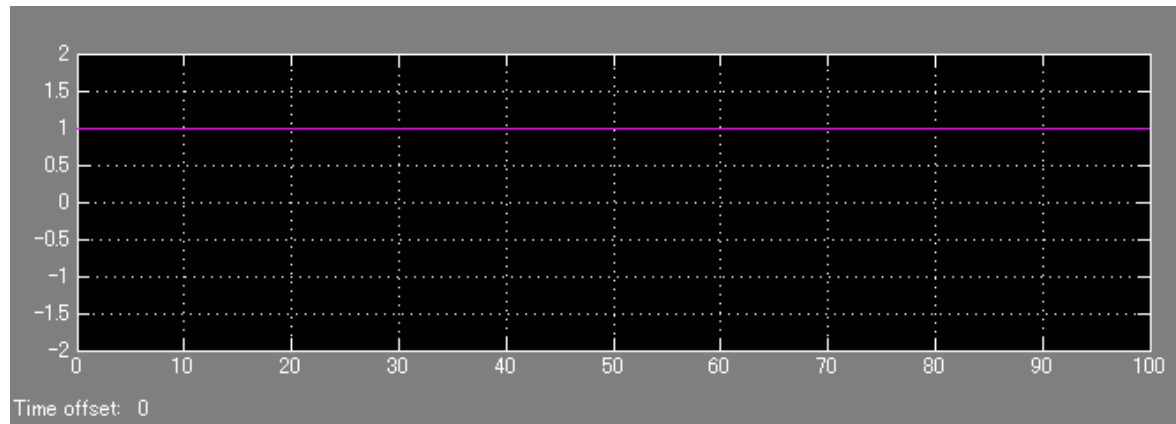
②量子化器出力

# $\Delta \Sigma$ ADCの動作波形

## 入力信号: DC (振幅1.0V)

①積分器出力(量子化器入力)      入力信号

(V)



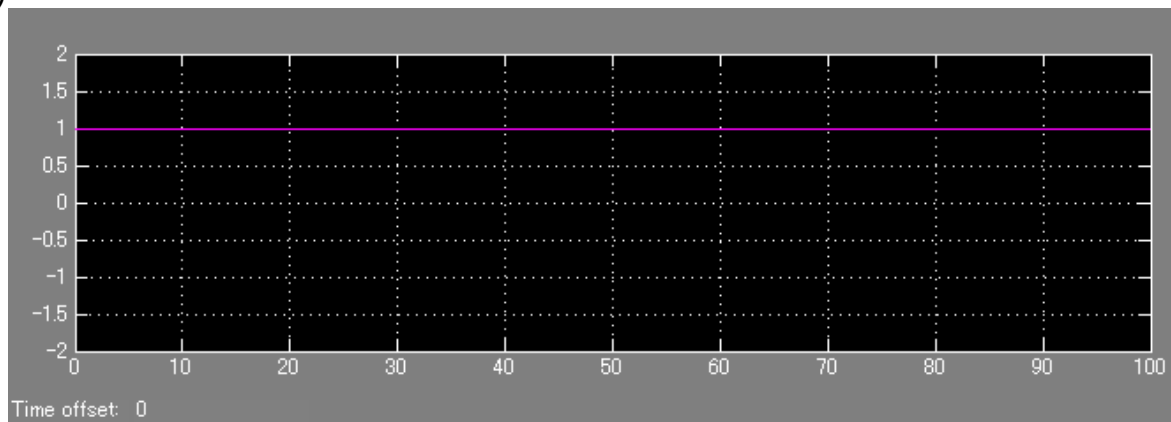
(sec)

①積分器出力

②量子化器出力

①②ともに+側に振り切れている

(V)



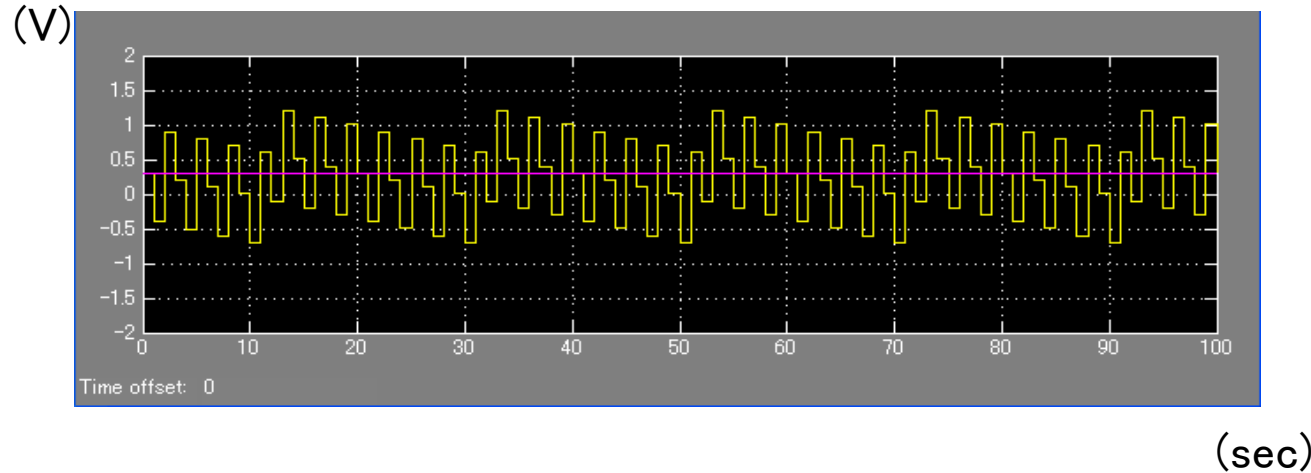
(sec)

②量子化器出力

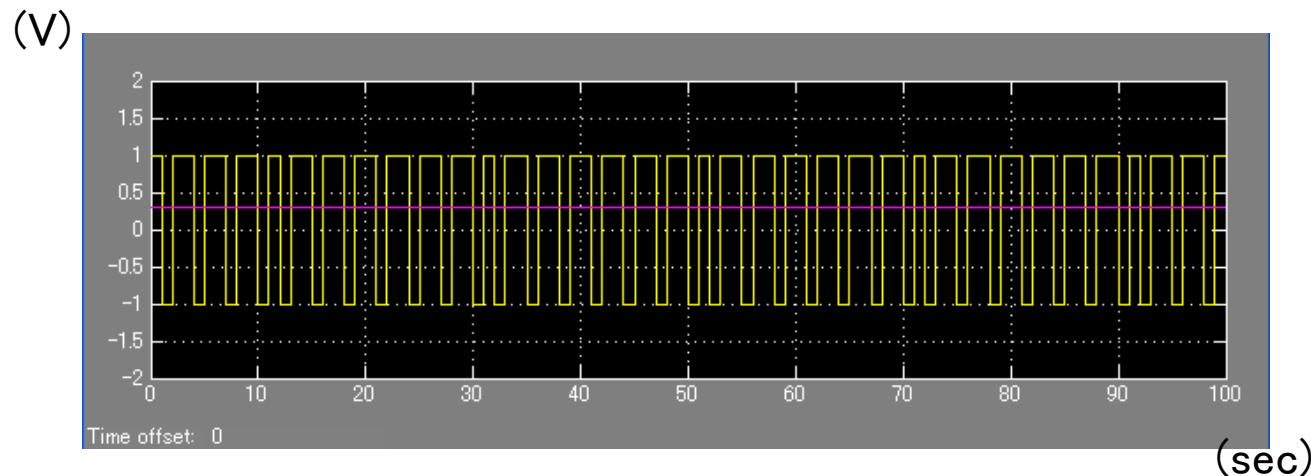
# $\Delta \Sigma$ ADCの動作波形

入力信号: DC (振幅0.3V)

①積分器出力(量子化器入力)      入力信号



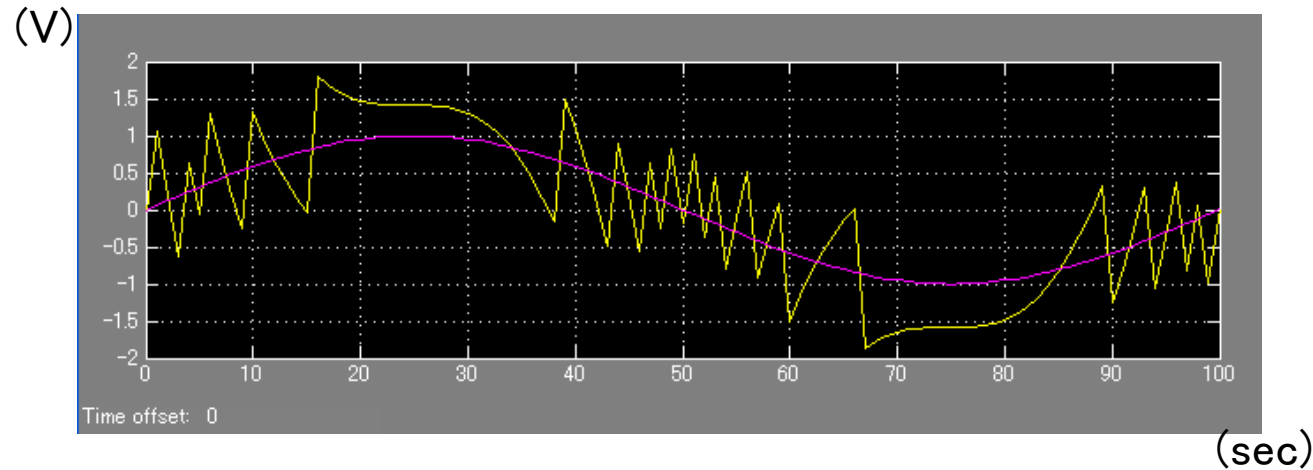
②量子化器出力



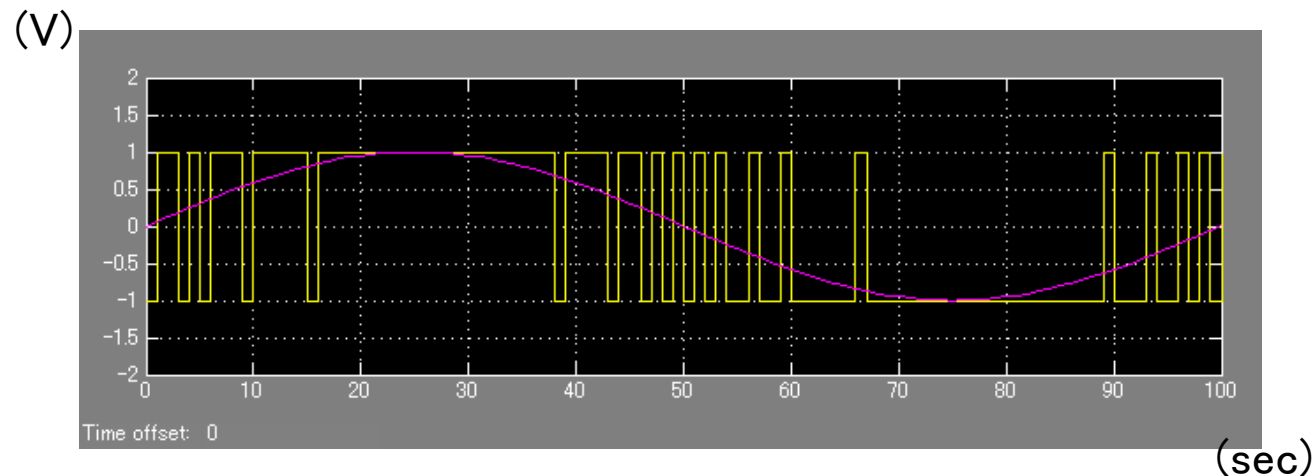
# $\Delta \Sigma$ ADCの動作波形

## 入力信号: 正弦波(振幅1V)

①積分器出力(量子化器入力)      入力信号

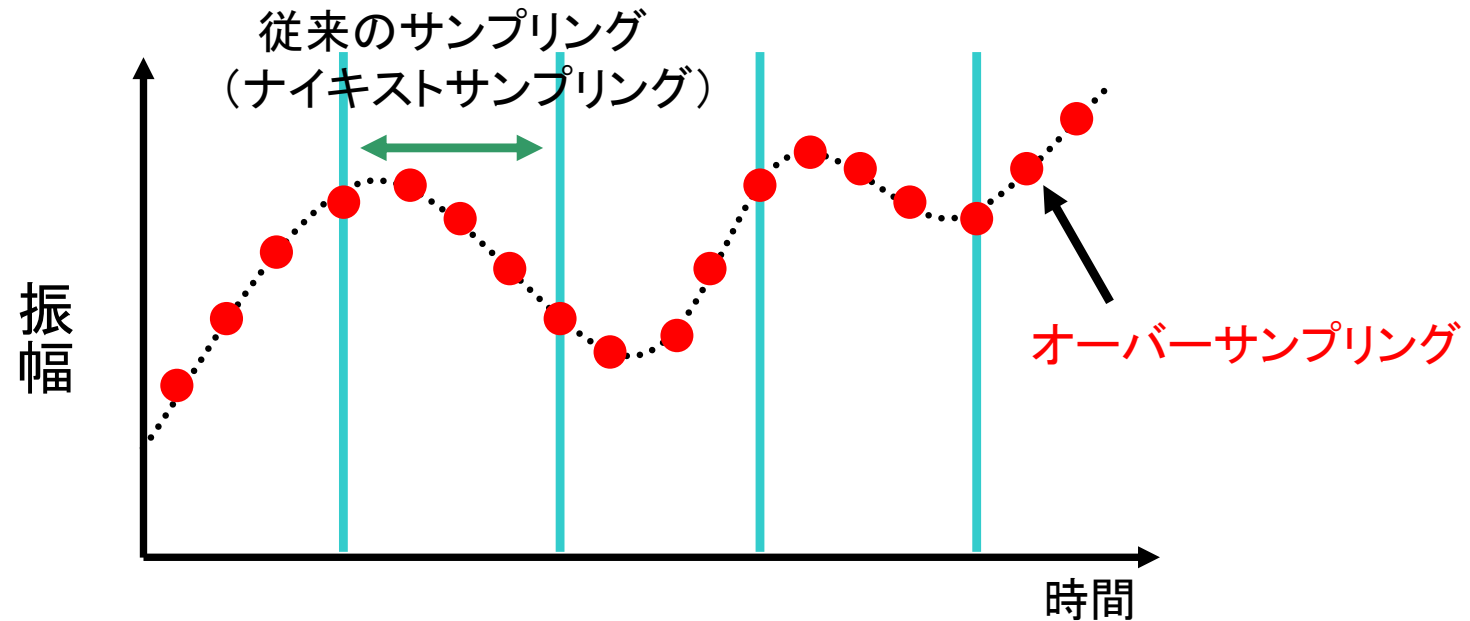


②量子化器出力



# オーバーサンプリング方式

折返し雑音や量子化雑音を低減するために開発された技術  
ナイキスト周波数よりも十分に高い周波数でサンプリングする方式



オーバーサンプリング比(OSR)

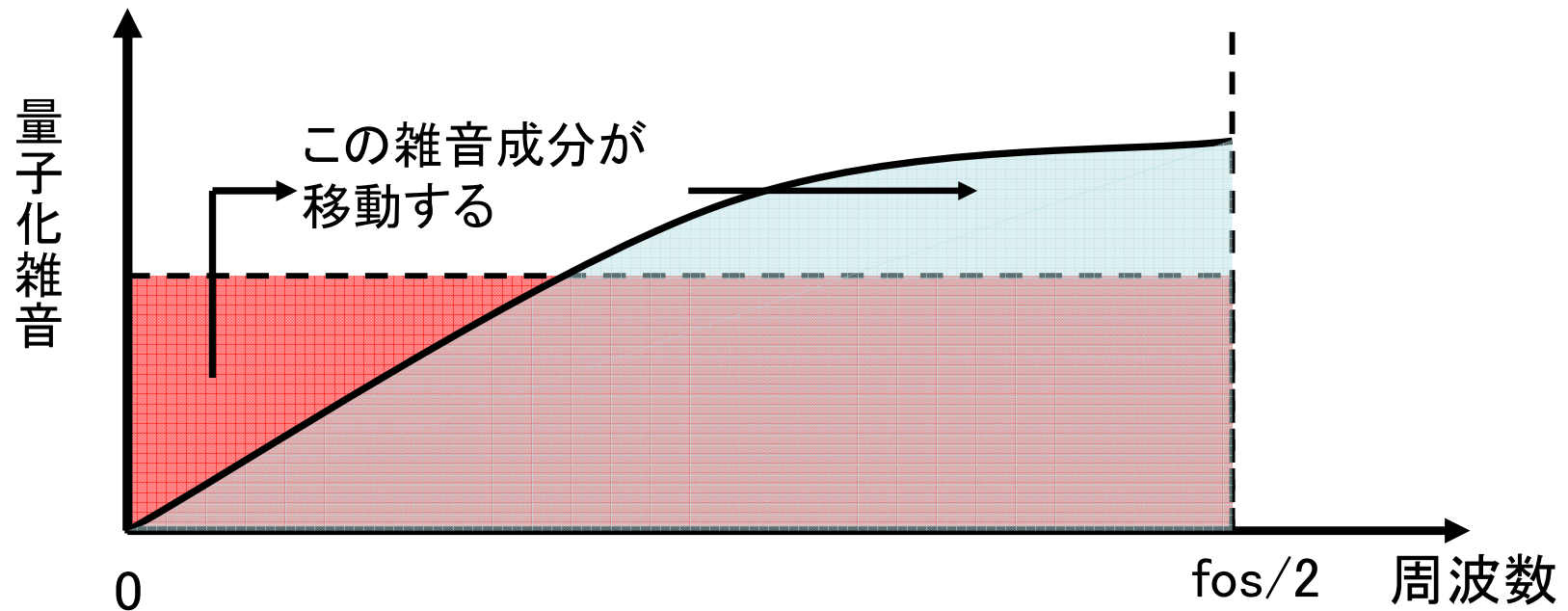
$$\text{オーバーサンプリング比(OSR)} = \frac{\text{オーバーサンプリング周波数}(f_{os})}{\text{ナイキストサンプリング周波数}(f_s)} = \frac{\text{オーバーサンプリング周波数}(f_{os})}{2 \times \text{信号帯域}}$$

※ 信号帯域=100kHzのときOSR=16とするにはサンプリング周波数=3.2MHz



# ノイズシェーピング概要

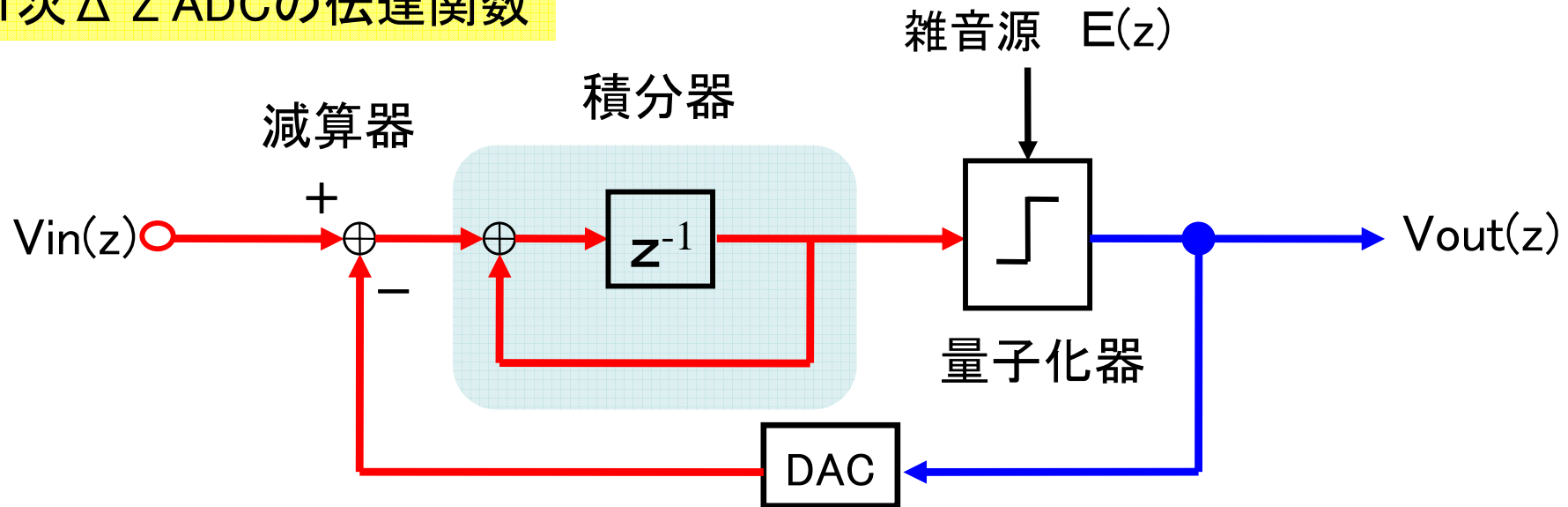
## ノイズシェーピングによる量子化雑音の変化



周波数軸で一様分布する量子化雑音を低周波で減少、高周波帯域で上昇  
 $f_s/2$ 帯域内の雑音電力の総和は一定で、低周波雑音は高周波に移動する  
雑音の分布を都合よく整形する ⇒ **ノイズシェーピング** と呼ばれる

# Δ Σ ADCの伝達関数の導出

## 1次 Δ Σ ADCの伝達関数



$$Vout(z) = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} (Vin(z) - Vout(z)) + E(z)$$

$$Vout(z) = z^{-1} Vin(z) + (1 - z^{-1}) E(z)$$

信号伝達関数 Signal Transfer Function

$$STF(z) = \frac{Vout(z)}{Vin(z)} = z^{-1} \quad \text{入力信号は遅延するのみ}$$

# $\Delta \Sigma$ ADCの雑音の周波数特性

$$V_{out}(z) = z^{-1}V_{in}(z) + (1 - z^{-1})E(z)$$

雑音伝達関数 Noise Transfer Function

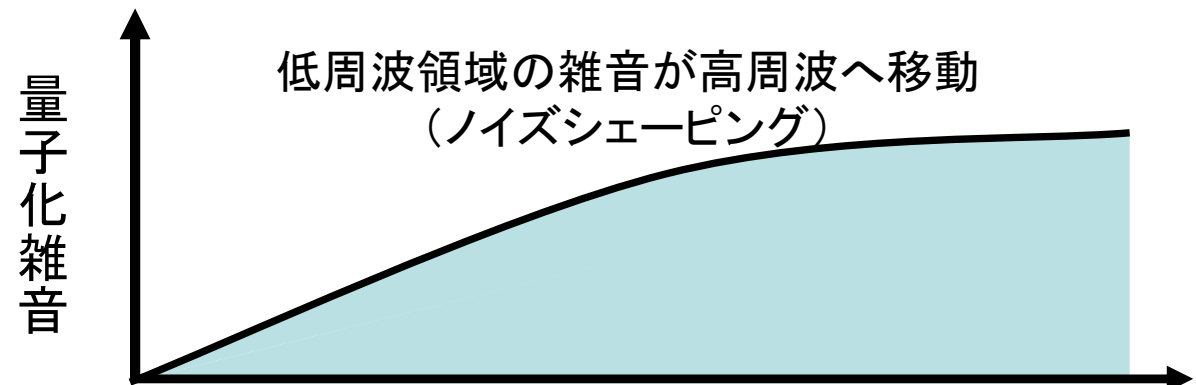
$$NTF(z) = \frac{V_{out}(z)}{E(z)} = 1 - z^{-1} \quad \text{差分=微分}$$

$$z^{-1} = e^{-j\omega T} \quad \text{と置き換えると、}$$

$$1 - z^{-1} = 1 - e^{-j\omega T} = \frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2j} j2e^{-j\pi f T}$$

$$= j2 \sin(\pi f T) e^{-j\omega T} \approx j2\pi f T \quad (f \ll 1/T)$$

$$|1 - z^{-1}| \approx 2\pi f T$$



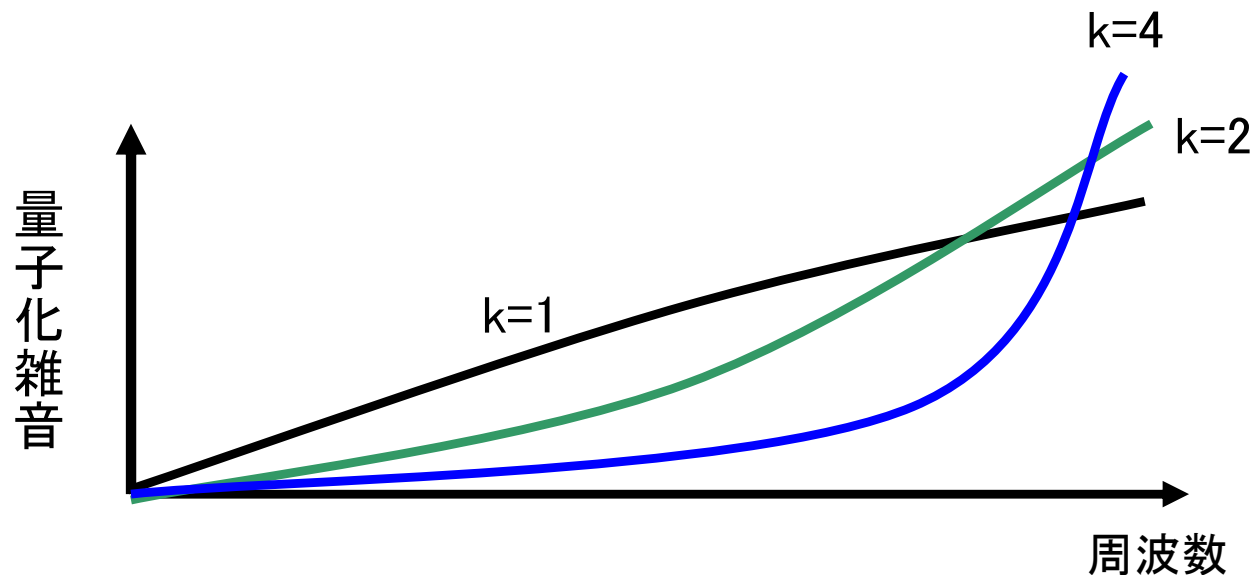
# $\Delta \Sigma$ ADCの次数の変化

$\Delta \Sigma$  ADCの次数(k)を増やすと・・・

$$V_{out}(z) = z^{-k} V_{in}(z) + (1 - z^{-1})^k E(z)$$

$$NTF(z) = \frac{V_{out}(z)}{E(z)} = (1 - z^{-1})^k$$

次数kをあげるとノイズシェーピングの効果が増加



# 1次 $\Delta \Sigma$ ADCのSNRの理論式

量子化雑音電力:  $P_e$

$$\Delta = V_{\text{LSB}}$$

$$P_e = \int S_e^2(f) |N_{TF}(f)|^2 df = \frac{\Delta^2}{12} \frac{1}{f_{os}} \int [2 \sin(\frac{\pi f}{f_{os}})]^2 df$$

$$f_s \gg f$$

$$\sin X \cong X$$

$$OSR = \frac{f_{os}}{2f_b}$$

$$P_e \cong \left(\frac{\Delta^2}{12}\right) \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{2f_b}{f_{os}}\right)^3 = \left(\frac{\Delta^2 \pi^2}{36}\right) \left(\frac{1}{OSR}\right)^3$$

$$N > 6 \text{ の時 } SNR_{\text{max}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 10 \log \left( \frac{3}{2} 2^{2N} \right) + 10 \log \left( \frac{3}{\pi^2} OSR^3 \right)$$

$$= 6.02N + 1.76 - 5.17 + 30 \log(OSR)$$

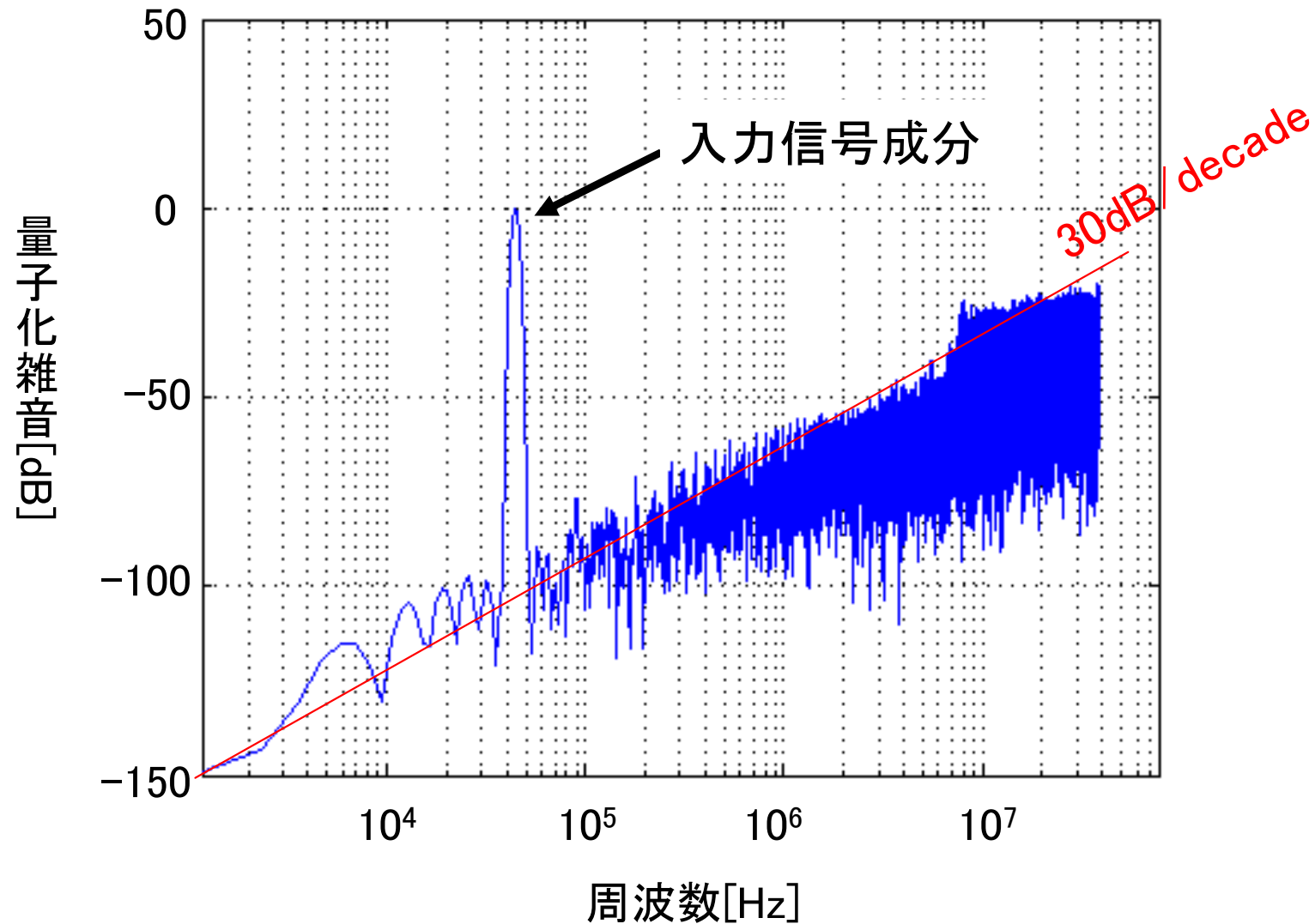
$$SNR_{\text{max}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 10 \log \left( \frac{3}{2} (2^N - 1)^2 \right) + 10 \log \left( \frac{3}{\pi^2} OSR^3 \right)$$

$$= 20 \log(2^N - 1) + 1.76 - 5.17 + 30 \log(OSR)$$

→ OSRを2倍にするとSNRは9dB改善 … 傾き: 9dB/octave

# 1 次数ノイズシェーピングの様子

1次のノイズシェーピング(傾き: 30dB/decade)



# 2次 $\Delta \Sigma$ ADCのSNRの理論式

量子化雑音電力:  $P_e$

$$\Delta = V_{\text{LSB}}$$

$$P_e = \int S_e^2(f) |N_{TF}(f)|^2 df = \frac{\Delta^2}{12} \frac{1}{f_{os}} \int [2 \sin(\frac{\pi f}{f_{os}})]^2 df$$

$$f_s \gg f \quad \sin X \cong X \quad OSR = \frac{f_{os}}{2f_b}$$

$$P_e \cong \left(\frac{\Delta^2 \pi^4}{60}\right) \left(\frac{1}{OSR}\right)^5$$

$$N > 6 \text{ の時 } SNR_{\text{max}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 10 \log \left( \frac{3}{2} 2^{2N} \right) + 10 \log \left( \frac{5}{\pi^4} OSR^5 \right)$$

$$= 6.02N + 1.76 - 12.9 + 50 \log(OSR)$$

$$SNR_{\text{max}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 10 \log \left( \frac{3}{2} (2^N - 1)^2 \right) + 10 \log \left( \frac{5}{\pi^4} OSR^5 \right)$$

$$= 20 \log(2^N - 1) + 1.76 - 12.9 + 50 \log(OSR)$$

→ OSRを2倍にするとSNRは15dB改善 …傾き: 15dB/octave

# 2次ノイズシェーピングの様子

2次のノイズシェーピング(傾き: 50dB/decade)

